

# 江苏联合职业技术学院

## 高职学生数学能力竞赛（2020/2021）

### 高职二年级试卷（闭卷）

（满分 120 分+30 分，考试时间 150 分钟）

分院：\_\_\_\_\_专业：\_\_\_\_\_年级：\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_得分：\_\_\_\_\_

题号	一								二				三			四		
得分																		

#### 注意事项：

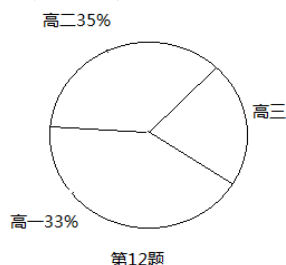
1. 本试卷共三大题，17 小题，满分 120 分，另有一题数学文化题，满分 30 分；
2. 考生领到试卷后，须按规定在试卷上填写分院、专业、年级、姓名，要求字迹清晰；
3. 所有答案必须在试卷指定的区域内作答；
4. 答题过程务必保持卷面完整、整洁、清晰；
5. 考试结束后，请将本试卷及草稿纸交到监考员处。

#### 一、基础知识题（本题满分 50 分，每题 5 分）

1. 化简逻辑式： $A + \overline{A} \cdot \overline{B} + B =$ \_\_\_\_\_.

2.  $\log_2^{8.1}, e^{\sqrt{2}}, \lg \frac{1}{3}, \pi^0$  按照从小到大的顺序进行排列\_\_\_\_\_.

3. 如图某校高一、高二人数所占比例如图所示，且高一人数为 660 人，则高三年级人数为\_\_\_\_\_人.



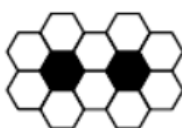
4. 已知两定点  $A(-2,0)$ ， $B(1,0)$ ，如果动点  $P$  满足  $|PA| = 2|PB|$ ，则点  $P$  的轨迹所包围的面积等于\_\_\_\_\_.

5. 在三角形  $ABC$  中， $AB+BC=7$ ，且三角形的面积为 4，则  $\sin A$  的最小值为\_\_\_\_\_.

6. 黑白两种颜色的正六边形地面砖按如图的规律拼成若干个图案，则第  $n$  个图案中有白色地面砖的块数是\_\_\_\_\_.



第 1 个



第 2 个



第 3 个

7. 方程  $|x^2 - 2| = a, 0 < a < 2$ , 则方程解的个数为\_\_\_\_\_个.

8. 某商场小家电组 2019 年 12 月购进一批货物, 商品验收单如下表:

商品名称	购进数量 (件)	进价 (元)	售价 (元)
A 牌剃须刀	150	100	120
B 牌电熨斗	110	80	115
C 牌电吹风	100	60	90

则这一批货物的利润率为\_\_\_\_\_.

9. 在正方形  $ABCD$  内随机取一点  $P$ , 则  $\angle APB > 90^\circ$  的概率为\_\_\_\_\_.

10. 将八进制数  $(401)_8$  换算成十进制数, 即  $(401)_8 =$ \_\_\_\_\_.

## 二、数学能力题 (本题满分 40 分, 每题 10 分)

11. 已知  $f(x) = x^2 + ax + b$

(1) 若  $f(x)$  在  $[2, +\infty)$  上为增函数, 求  $a$  的取值范围;

(2) 若  $f(x)$  是偶函数, 且  $f(1) = 0$ , 求  $a, b$  的值;

(3) 若对任意实数  $x$  都有  $f(1+x) = f(1-x)$  成立, 且  $x \in [-3, -1]$  上  $f(x) \geq 0$  恒成立, 求  $b$  的取值范围.

12. 定义运算 “ $\odot$ ”:  $x \odot y = \frac{x^2 - y^2}{xy}$  ( $x, y \in \mathbf{R}, xy \neq 0$ ). 当  $x > 0, y > 0$  时,

求  $x \odot y + (2y) \odot x$  的最小值.

13. 在进行  $1+2+3+4+5+\cdots+100$  的求和运算时，德国大数学家高斯提出了倒序相加法的原理，该原理基于所给数据前后对应项的和呈现一定的规律生成，因此，此方法也称之为高斯算法. 已知数列  $a_n = \frac{n}{2m+4034}$ ，则  $a_1+a_2+\cdots+a_{m+2016}$  的值为多少？

14. 某厂，业绩为

年份	2017 年	2018 年	2019 年
股东红利	50 万	75 万	100 万
职工工资总额	100 万	125 万	150 万

老板说：他们的红利收益与职工的工资收入都在增长，而且增长速度是一样的。  
 职工说：他们的工资收入比老板的红利收益的增长速度慢得多。  
 请你用数学语言或图表对老板和职工的意见给予合理解释。

**三、数学应用能力题**（本题满分 30 分，每题 10 分）

15. 《吕氏春秋·音律篇》记载了利用“三分损益”制定关于“宫、商、角、徵、羽”五音的方法，以一段均匀的发声管为基数“宫”，然后将此发声管均分成三段，舍弃其中的一段保留二段，这就是“三分损一”，余下来的三分之二长度的发声管所发出的声音就是“徵”；将“徵”管均分成三份，再加上一份，即“徵”管长度的四分之三，这就是“三分益一”，于是就产生了“商”；“商”管保留三分之二，“三分损一”，于是得出“羽”；羽管“三分益一”，即羽管的四分之三的长度，就是角”. 如果按照三分损益律，基数“宫”发声管长度为 1，则“羽”管的发音长度为多少？

16. 下面的数表为“森德拉姆筛”，其特点是表中的每行每列上的数都成等差数列，则第  $n$  行第  $n$  个数字是多少？

2	3	4	5	...
3	5	7	9	...
4	7	10	13	...
5	9	13	17	...
...	...	...	...	...

17. 在经济学中，函数  $f(x)$  的边际函数  $Mf(x)$  定义为

$Mf(x) = f(x+1) - f(x)$ . 某公司每月最多生产 100 台报警系统装置，生产  $x$  台

( $x \in N^+$ ) 的收入函数为  $R(x) = 3000x - 20x^2$  (单位：元)，其成本函数为

$C(x) = 500x + 4000$  (单位：元)，利润是收入与成本之差.

(1) 求利润函数  $P(x)$  及边际利润函数  $MP(x)$ ;

(2) 利润函数  $P(x)$  与边际利润函数  $MP(x)$  是否具有相同的最大值？

#### 四、数学文化 (本题满分 30 分)

800 多年前的意大利比萨市，有一位商人叫斐波那契，他在当地很有名气。他的名气不是由于他生意做得成功，而是在于他也是一位有名的数学家。有时他还用商人的头脑来思考数学问题，发现了一些一般数学家没有发现的数学规律。下面的故事和开头的笑话中的年轻人有点相似。一天，斐波那契从市场上买回来一对小兔，打算着在自家的院子里。他也开始了幻想：

问题 1：假定这一对刚出生的小兔一个月后就能长大成兔，再过一个月便能生下一对小兔，并且此后每个月都生一对小兔，一年内没有发生死亡。一对刚出生的兔子，一年内繁殖成多少对兔子？请列出每月兔子对数所构成的数列。

问题 2：这数列就是大名鼎鼎的斐波那契数列，请写出该数列的特点。

问题 3：斐波那契数列与黄金分割比也有密切关系，那您知道黄金分割比吗？请谈谈你知道的黄金分割比！