

江苏联合职业技术学院

第一届高职学生数学能力竞赛（2019/2020）

高职二年级试卷（闭卷）

（满分 120 分+30 分，考试时间 180 分钟）

分院：_____专业：_____年级：_____姓名：_____得分：_____

题号	一								二				三			四		
得分																		

注意事项：

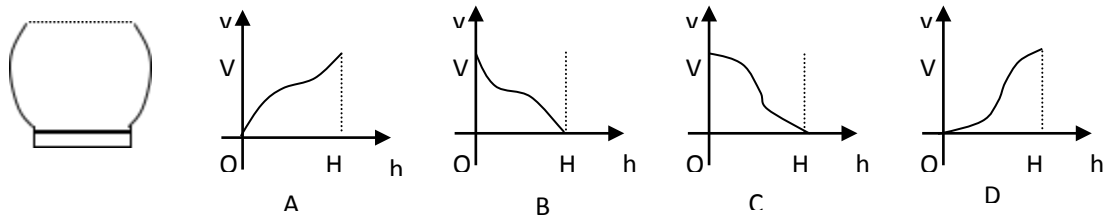
1. 本试卷共三大题，17 小题，满分 120 分，另有一题数学文化题，满分 30 分；
2. 考生领到试卷后，须按规定在试卷上填写分院、专业、年级、姓名，要求字迹清晰；
3. 所有答案必须在试卷指定的区域内作答；
4. 答题过程务必保持卷面完整、整洁、清晰；
5. 考试结束后，请将本试卷及草稿纸交到监考员处。

一、基础知识题（本题满分 50 分，每题 5 分）

1. 点 $P(m, 3)$ 与圆 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$ 的位置关系为_____.
2. 10^8 , 5^{12} , 2^{24} , 按照从小到大的顺序进行排列_____.
3. 下图的 DEFA 是一个 3×4 的矩形，其中 $DC=CB=BA$ 的。则蝙蝠的面积是_____.



4. 一个高为 H 、满缸水量为 V 的鱼缸的截面如右图所示，其底部碰了一个小洞，满缸水从洞中流出。若鱼缸水深为 h 时的体积为 v ，则函数 $v=f(h)$ 的大致图像可能是下面图中的（ ）



5. 已知 $\frac{\tan \alpha}{\tan \alpha - 1} = -1$ ，求下列各式的值：

(1) $\frac{\sin \alpha - 3 \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

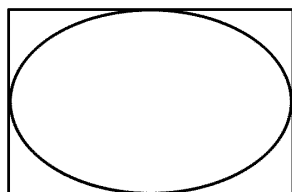
6. 三人玩游戏，输者将另两个人的钱加倍。在玩了三次游戏后，每人都恰好输了一次，且每人都有 ¥24.00。问：每个人在游戏之初的钱分别是_____.

7. 设方程 $|x^2 - 3| = a$ 的解的个数为 m ，则 m 可能等于_____.

8. 根据统计资料, 我国能源生产自 1986 年以来发展得很快, 下面是我国能源生产总量(折合亿吨标准煤)的几个统计数据: 1986 年 8.6 亿吨, 5 年后的 1991 年 10.4 亿吨, 10 年后的 1996 年 12.9 亿吨, 有关专家预测, 到 2001 年我国能源生产总量将达到 16.1 亿吨, 则专家是以哪种类型的函数模型进行预测的? ____.

A. 一次函数 B. 二次函数 C. 指数函数 D. 对数函数

9. 如图, 矩形长为 6, 宽为 4, 在矩形内随机地撒 300 颗黄豆, 数得落在椭圆外的黄豆数为 96 颗, 以此实验数据为依据可以估计出椭圆的面积约为_____.



10.(1)命题“对任何 $x \in \mathbb{R}$, $|x-2| + |x-4| > 3$ ”的否定是_____.

(2)命题“存在 $x \in \mathbb{R}$, 使得 $x^2 + 2x + 5 = 0$ ”的否定是_____.

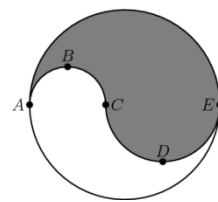
二、数学能力题 (本题满分 40 分, 每题 10 分)

11. 求二次函数 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 在 $[t, t+1]$ 上的最值。

12. $3^{2n+2} - 8n - 9$ 能否被 64 整除 ($n \in \mathbb{N}^+$), 若能, 写出你的证明过程。

13. 一个小猴子边上有 100 根香蕉, 它要走过 50 米才能到家, 每次它最多搬 50 根香蕉 (多了就被压死了), 它每走 1 米就要吃掉一根, 请问它最多能把多少根香蕉搬到家里?

14. 大圆的直径 ACE 被点 C 分成 2:3, 两个半圆 ABC 和 CDE 把大圆分成如图上下两部分。求上下两部分的比值。



三、数学应用题（本题满分 30 分，每题 10 分）

15. 有一把长 13 厘米的直尺，请你在上面刻几条刻度线，使得这把尺子能一次量出 1 到 13 厘米之间的所有整厘米数的长度。问：最少要刻几条线？分别刻在哪些位置上？

16. 已知某海滨浴场海浪的高度 y (米) 是时间 t ($0 \leq t \leq 24$, 单位：小时) 的函数，记作： $y=f(t)$ ，下表是某日各时的浪高数据：

t (时)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y (米)	1.5	1.0	0.5	1.0	1.5	1.0	0.5	0.99	1.5

经长期观测， $y=f(t)$ 的曲线，可近似地看成是函数 $y=A\cos \omega t+b$.

(1) 根据以上数据，求函数 $y=A\cos \omega t+b$ 的最小正周期 T ，振幅 A 及函数表达式；

(2) 依据规定，当海浪高度高于 1 米时才对冲浪爱好者开放，请依据 (1) 的结论，判断一天内的上午 8:00 时至晚上 20:00 时之间，有多少时间可供冲浪者进行运动？

17. 古诗《赋得古草原送别》是唐代伟大现实主义诗人白居易所写，前四句如下：

离离原上草，
一岁一枯荣。
野火烧不尽，
春风吹又生。

问：1. 这四句诗写出了我们所学函数知识中的哪种性质？

2. 不放设草的长度为 $h(t)$ ($0 < t < 12$)，4 月草开始生长，到 6 月时生长停止，11 月折断，次年 4 月又重新生长，草停止生长的高度为 h_0 ，请你描述出“一岁一枯荣”的函数模型。

四、数学文化（本题满分 30 分）

分形理论是当今世界十分风靡和活跃的新理论、新学科。其中，把部分与整体以某种方式相似的形体称为分形。分形是一种具有自相似特性的现象，图象或者物理过程。标准的自相似分形是数学上的抽象，迭代生成无限精细的结构。也就是说，在分形中，每一组成部分都在特征上和整体相似，只仅仅是变小了一些而已，谢尔宾斯基三角形就是一种典型的分形，是由波兰数学家谢尔宾斯基在 1915 年提出的，按照如下规律依次在一个黑色三角形内去掉小三角形。



问题：1. 则当 $n = 6$ 时，该黑色三角形内共去掉多少个小三角形？

2. 生活中的分形无处不在，例如空中闪电与菜花。你还认识哪些分形现象？



3. 请你谈谈对分形现象的认识。