

# 复数的几何意义教学设计

## 教学目标

1. **知识目标：**理解复数的几何意义，会用复平面内的点和向量来表示复数；了解复数代数式加法、减法运算的几何意义。
2. **能力目标：**渗透转化、数形结合等数学思想和方法，提高分析、解决问题的能力。
3. **情感目标：**引导学生观察现象，发现问题，提出观点，验证结论，培养良好的学习思维品质。

**教学重点：**复数的几何意义

**教学难点：**复数与向量的关系；复数模的几何意义；复数减法的几何意义。

**教学方法：**类比分析，问题启发

**教学手段：**计算机辅助教学

## 教学过程

### 一、问题情境

**问题 1：**对于复数  $a+bi$  和  $c+di$  ( $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ )，你认为满足什么条件时，这两个复数相等？

( $a=c$  且  $b=d$ ，即实部与虚部分别相等时，这两个复数相等。)

**问题 2：**若把  $a,b$  看成有序实数对  $(a,b)$ ，则  $(a,b)$  与复数  $a+bi$  是怎样的对应关系？有序实数对  $(a,b)$  与平面直角坐标系中的点是怎样的对应关系？

(一一对应关系)

**【设计意图】**回忆旧知，吸引学生的注意力；揭示确定一个复数的条件，为新课的传授作必要的铺垫。

实数可以用数轴上的点来表示

实数 (数)  $\xleftrightarrow{\text{一一对应}}$  实数轴上的点 (几何模型)

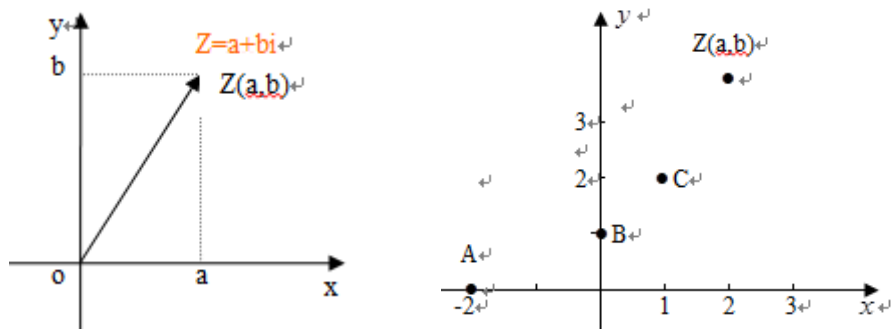
**问题 3：**类比实数的性质，你能否找到用来表示复数的几何模型？还能得出复数其他的一些性质吗？(学生猜测，讨论，形成一些共识)

**【设计意图】**以学生熟悉的知识为载体，采用类比的方法，引导学生对比、思考、愤悱，调动他们的积极性和主动性，活跃课堂气氛，拓展思维宽度，从而使新课更加顺理成章的展开。

### 二、建构数学

#### 1. 复平面的概念

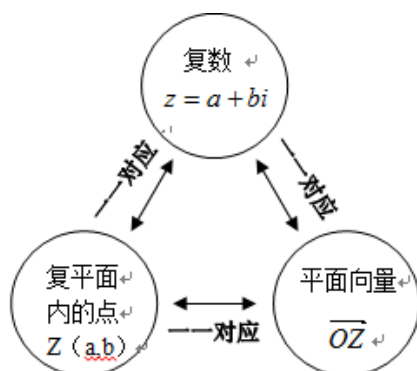
把建立的直角坐标系来表示复数的平面叫做复平面， $x$  轴叫做实轴， $y$  轴叫做虚轴。实轴上的点都表示实数，除原点外，虚轴上的点都表示虚数。



## 2. 复数的几何意义

复数  $a+bi$ ，即点  $Z(a,b)$ （复数的几何形式）、即向量  $\overrightarrow{OZ}$ （复数的向量形式。以  $O$  为始点的向量，规定：相等的向量表示同一个复数。）

三者的关系如下：



## 3. 巩固练习 1

(1) 在复平面内，分别用点和向量表示下列复数：

4,  $2+i$ ,  $-1+3i$ ,  $3-2i$ ,  $-i$

(2) “ $a=0$ ”是“复数  $a+bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) 所对应的点在虚轴上”的 ( )。

- A. 必要不充分条件      B. 充分不必要条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

(3) 复平面内，表示一对共轭复数的两个点具有怎样的位置关系？

变式：第二象限的点表示的复数有何特征？

【设计意图】面向全体学生（属基本题型），巩固概念，体会数形结合思想，重视一题多变，较全面地理解复数、复平面内的点、始点为原点的向量三者的关系。

**问题 4：**实数可以比较大小，任意两个复数可以比较大小吗？认为可以者，请拿出进行比较的方法；认为不可以者，请说明理由。

（学生讨论，回答，纠正错误，形成共识）

【设计意图】阐明复数与实数的联系和区别，实数能比较大小，虚数不能比较大小，是实数的复数能比较大小，能比较大小的复数只能是实数。复数可看作是向量  $\overrightarrow{OZ}$ ，向量不能比较大小，但向量的模可以比较大小，从而引出复数的模（或绝对值）。

#### 4. 复数的模

向量  $\overrightarrow{OZ}$  的模叫做复数  $Z=a+bi$  的模（或绝对值），记作  $|Z|$  或  $|a+bi|$ 。如果  $b=0$ ，那么  $Z=a+bi$  就是实数  $a$ ，它的模等于  $|a|$ （即实数  $a$  的绝对值）。

$$|Z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$$

#### 5. 巩固练习 2

(1) 已知复数  $Z_1=3+4i$ ， $Z_2=-1+5i$ ，试比较它们模的大小。

(2) 若复数  $Z=3a-4ai(a<0)$ ，则其模长为\_\_\_\_\_。

拓展与延伸：

(3) 满足  $|z|=5(z\in\mathbb{R})$  的  $z$  值有几个？满足  $|z|=5(z\in\mathbb{C})$  的  $z$  值有几个？这些复数对应的点在复平面内构成怎样的图形？其轨迹方程是什么？

(4) 设  $Z\in\mathbb{C}$ ，满足  $2<|Z|\leq 3$  的点  $Z$  的集合是什么图形？（结果动画演示）

【设计意图】通过知识的分层练习，使学生明确复数的模（或绝对值），即点  $Z$  到复平面原点的距离，会求复数的模。(3)(4) 中利用信息技术动画演示，体会数形结合思想，加深数与形的相互转化。

### 三、数学应用

例 1 已知复数  $z=(m^2+m-6)+(m^2+m-2)i$  在复平面内所对应的点位于第二象限，求实数  $m$  允许的取值范围。

变式：证明对一切实数  $m$ ，此复数  $z$  所对应的点不可能位于第四象限

（解不等式组；解不等式组无解）

【设计意图】例 1 训练学生对复数几何意义的运用，渗透数形转化思想，培养学生严谨的思维品质，有利于学生对复数几何意义的理解。

表示复数的点所在象限的问题  $\xleftrightarrow{\text{相互转化}}$  数的实部与虚部所满足的不等式组的问题  
(几何问题) (代数问题)

数学思想：数形结合、转化思想

#### 四、回顾反思

1. 请同学们依据板书顺序回顾课堂全程内容。
2. 请同学们谈谈对复数几何意义的认识。
3. 重现复数加法、减法的几何意义的内容。
4. 体会数形结合思想，加强复数与其它数学内容的联系。

【设计意图】回顾、反思打破了原有回顾知识的格局，主要安排体现三部分，即知识梳理、技巧与警示、重要的数学思想方法，为学生的后续学习奠定基础提高他们的认识水平。

#### 五、课后作业

【必做】书本 P70 习题 1、2、3、4

【选做】书本 P70 习题 5；

补充：复平面内满足不等式 $|z-p|<r$  ( $r\in\mathbf{R}_+$ ) 的点  $Z$  的集合是什么图形？

【设计意图】作业布置分设两块，即必做和选做，体现数学教学中的人文思想，因人而异，富于弹性，同时也能适应不同层次学生的需求。

#### 设计说明：

1. **微观与宏观：**每一节数学课，一方面需要完成具体数学知识、方法等微观教学任务；另一方面，作为整个数学学科教学的一个有机组成部分，同时也肩负着培养学生数学思想，形成数学观，整体认识数学学科等的宏观教学任务。

2. **探索与指导：**人类对客观世界的认识离不开探索，但所有知识都通过探索去获得是没有必要的。也是不可能的。本课的设计中希望学生在教师的指导下作小范围的必要的教学探索活动，使整个教学更有序、更有效。

3. **兴趣与毅力：**兴趣是学习良好的开端，毅力是学习的保证。在课的设计中一方面要安排一些有趣、直观、易于理解的内容，另一方面也需要有一定难度的思维训练，因为数学学习不可能是一件十分轻松的事情。