基于数学核心素养的中职学业水平考试命题的研究

◈崔永红

摘要:中等职业学校数学课程标准凝练了数学核心素养,学业水平考试要精准对接课程标准,兼顾数学核心素养的考查,坚持注重基础性、兼顾差异性、注意适切性、增强应用性的命题原则,构建基于数学学科核心素养的考试命题维度,在真实情境中呈现数学试题,关注学生的思维品质、思维过程考查,从而有效检测学生核心素养水平和学业水平,落实立德树人根本任务。

关键词:课程标准;学业质量;命题原则;命题维度;命题策略

中图分类号:G719.21　　**文献标识码**:B　　**文章编号**:1673-4289(2021)03-0059-06

新修订的中等职业学校数学课程标准承载着新的教育思想和教育理念,围绕数学运算、直观想象、逻辑推理、数学抽象、数据分析和数学建模等6个学科核心素养确定课程目标,精选教学内容,划分学业水平,明确学业要求,规定了学业质量标准。

近年来,江苏、上海、福建等地每年都进行中职数学学业水平考试,取得了较为成熟的经验,但就数学命题情况看,与新的数学课程标准还有不吻合的地方。中职数学学业水平命题如何对接数学课程标准,改进命题策略,更精准地评价学生的学业水平,是一项迫切需要解决的现实问题。

一、新课标明确了数学学业质量要求

2020年,教育部发布了中等职业学校数学、信息技术、体育与健康、物理、化学等5门公共基础课课程标准。中职数学新课标根据中职培养目标,结合学情特点,提出了中职数学学业质量要求,明确以数学核心素养及其表现水平为学业质量要求的主要维度,结合日常实际数学教学内容,对学生学业成就表现进行总描述。数学课程标准将每一个数学学科核心素养划分为两个水平,并且规定了每一个水平的具体表现。以此为依据,将学业质量也划分为不同水平,并参考课标描述出不同水平学习结果的相关表现。数学学业质量是数学学科核心素养水平与课程内容的有机结合,是六个数学学科核心素养水平的综合表现,是中职数学学业水平考试命题的依据。从学业质量标准看,考试命题既要从以往注重知识考查转变为注重能力考查,加大对数学核心素养的考查,又要通过学业水平考试,精准评价学生学业水平,引导教师及时改进教学方法,有效落实立德树人根本任务,促进学生核心素养发展。

二、中职数学学业水平考试命题的原则

中职数学学业水平考试是合格性考试,不仅要发挥考试的评价功能,而且要引导教师改进教学方法,重视数学学科核心素养的培养,全面落实立德树人根本任务。因此,命题不仅要反映学业质量标准的达成水平,而且要反映学生数学学科素养的发展水平。[1]

安德森认为,知识可分为事实性知识、概念性知识、程序性知识和元认知知识等四种类型。布卢姆认知目标分类学将认知水平划分为记忆、理解、应用、分析、评价和创造等6个水平[2]。根据中等职业学校数学学业质量标准及学业水平考试的功能

定位，数学命题要侧重于事实性知识、概念性知识、程序性知识的考查，对数学认知水平的要求侧重于记忆、理解、应用3个水平[3]。数学试题要力求背景公平、难度适切、目标明确、内涵深刻、富有新意。为此，命题要遵循以下四个原则：

(一)基础性原则

考查内容应力求注重学生终身发展必备的数学基本概念、基本公式、基本技能、人文素养和科学素养，要求学生从数学的视角思考问题，处理好知识、技能和情感态度价值观之间的关系，掌握数学学科核心素养，注重数学本质、通性通法，淡化解题技巧，还要融入数学文化，促进学生数学核心素养的形成与发展，既突出重点，又注意覆盖面。

(二)差异性原则

中等职业学校学生不仅文化基础差异大，而且地区之间也有一定差异；不仅有专业差异，而且存在兴趣爱好差异。因此，在命题时要通过设置选做题，既兼顾学生的专业差异，又兼顾学生的兴趣差异，从而实现命题的科学、公平和公正。

(三)适切性原则

数学命题时要充分考虑中职学生数学学习的实际情况，面向全体学生，试卷的整体难度适中，杜绝偏题、怪题，梯度设置合理，有一定的区分度，能有效体现学生的学业水平。命题时平衡各类题型的分布，适量减少选择题、填空题，重视试题的思维量，均衡试题难度，关注中职数学学科素养的比重和水平分布。

(四)应用性原则

课程标准提出了六大核心素养，命题时结合时事热点，设置一定数量的应用问题，着力考查学生运用数学知识分析问题、结合实际手段解决问题的能力，灵活运用数学知识分析、解决实际问题的能力，引导学生的思维从“解题”向“解决问题”转变。

三、构建基于数学学科核心素养的考试命题维度

依据数学课程标准关于数学核心素养的内涵、价值和行为表现的描述，参照学业质量的两个水平，构建基于数学学科核心素养测试的命题维度。命题维度要反映数学学科核心素养的四个方面：情境与问题、知识与技能、思维与表达、交流与反思。

在情境与问题中，选择合适的问题情境是考查数学学科核心素养的重要载体。情境主要包括现实情境、数学情境、科学情境等，每种情境可为熟悉的、关联的、综合的；数学问题从学生认识的角度可分为简单问题、较复杂问题、复杂问题。[4]这些层次是构成数学学科核心素养水平划分的基础，也是数学学科核心素养评价等级划分的基础。

在知识与技能中，主要是指能够帮助学生形成相应数学学科核心素养的知识与技能。知识技能目标分为了解、理解、掌握、运用以及灵活运用四个层次。在命题时，需要突出数学的核心概念、主要结论、解决手段、数学应用和实际应用。

在思维与表达中，主要是指数学活动过程中反映的思维过程与思维品质、表述的逻辑性和准确性。

在交流与反思中，主要是指能够用数学语言直观地解释和交流数学的概念、结论、应用和思想方法，并能进行评价、总结与拓展。

命题时，要依据命题维度，编制基于数学学科核心素养的试题，要明确每道试题都有针对性的考查重点，试题要关注数学学习过程中思维品质的形成，关注学生学习数学的能力。[5]对于每道试题，除了给出传统评分标准外，还需要给出反映相关数学学科核心素养的水平划分依据。

案例一：估计考生总数

情境与问题：某大学美术系平面设计专业的报考人数连创新高，今年报名刚结束，某考生想知道报考人数。考生的考号按0001，0002，…的顺序从小到大依次排列。这位考生随机地了解了50个考生的考号，具体如下：

0400	0904	0747	0090	0636	0714	0017	0432	0403	0276
0986	0804	0697	0419	0735	0278	0358	0434	0946	0123
0647	0349	0105	0186	0079	0434	0960	0543	0495	0974
0219	0380	0397	0283	0504	0140	0518	0966	0559	0910
0558	0442	0694	0065	0757	0702	0498	0156	0225	0327

请给出一种方法，根据这50个随机抽取的考号，帮助这位考生估计考生总数。

知识与技能：本题涉及平均数、中位数和抽样方法等概念与计算，这是学生应该掌握的知识，本题重点考查学生数学建模、数据分析等核心素养水平。

思维与表达：本题是一道结论开放题，允许有不同的答案。在这样的试题评价中，评分应遵循满意原则和加分原则，学生能够对自己提出的方法给出合理的解释，相应水平达到测试的基本要求视则为满意，根据实际情况对学生的拓展或创新给予加分。

交流与反思：

一是数据分析素养水平一表现。即使学生表述得不完整、不清楚、不到位，但给出的方法体现了用样本估计总体的思想，并且述说的理由合理，根据满意原则和加分原则，也可认为此学生的回答达到数据分析素养水平一的要求。例如，用给出数据的最大值986(与0986对应)估计考生总数；用数据的最大值与最小值的和 (986+17=1003)估计考生总数；借助数据中的部分数据的信息(如平均值、中位数等)估计考生的总数等。[6]

二是数据分析素养水平二表现：如果学生能够理解数据分析的思想，对于过程述说逻辑清晰，数学表达基本到位，可以认为达到数据分析素养水平二的要求[5]。

例如：设考生总数为N，即N是最大考号。

方法一：随机抽取的50个数的平均值应该和所有考号的平均值接近，即用样本的平均值估计总体的平均值。

这50个数的算术平均值是$24671\div50=493.42$，它应该与$\frac{N}{2}$接近。因此，估计今年报考这所大学美术系平面设计专业的考生总数为

$N\approx493.42\times2\approx987$(人)。

类似地，可以通过样本中位数得到N的估计。

方法二：把这50个数据从小到大排列，这50个数把区间$[0,N]$分成51个小区间。由于N未知，除了最右边的区间外，其他区间都是已知的。可以利用这些区间长度来估计N。

由于这50个数是随机抽取的，一般情况下可以认为最右边区间的长度近似等于$[0,N]$长的$\frac{1}{51}$，并且可以用前50个区间的平均长度近似代替这个区间的长度。因为这50个区间长度的和，恰好是这50个数中的最大值986，因此得到$N\approx\frac{986}{50}\times51\approx1006$。

通过这样的过程，学生分析更深刻，思考更全面。同时，也可以采取加分原则，旨在重点考查学生的思维过程。

四、基于数学学科核心素养的命题策略

目前中职数学学业水平考试还是传统的评价模式——基于知识的评价，主要考查学生对知识的了解、理解、掌握的程度[7]，是一种以考查数学知识为主的评价模式。新的数学课程标准以数学学科核心素养为统领，明确了学业质量标准，因此数学学业水平考试要转向以考察数学核心素养为主的评价模式，除了考查知识技能，还要关注学生的思维品质、思维过程。

(一)在真实情境中呈现数学试题

知识的学习需要情境，如果脱离情境，知识就会发生“僵化”，同样，数学命题也需要创设真实的情境，为此，我们可以根据数学知识点的教学要求，寻找和创设与之匹配的真实情境，在真实情境中呈现数学试题，这样的情境是实践活动和现实世界中得以发生的场景。通过发挥教育考试的导向功能，促使中职数学教学从以传授知识为主的教学模式逐渐转向到知识与能力并重，并以能力培养为主的教学模式。当然，试题的情境也不能是想象的或者头脑中虚构的情境，也不能是完全脱离实践的某种抽象的符号化的情境。

1.在生活情境中呈现数学试题

充分利用学生的生活经验，呈现数学试题，在

真实的情境与问题中考查学生的基础知识与技能,这样有利于学生在熟悉的、轻松的氛围中理解题意,易于发挥正常的能力水平。

案例二:不等式性质

原始设计:设 $b>a>0,c>0$,下列不等式中一定成立的是______。

A.$b+c<a+c$　B.$ac>bc$　C.$\frac{b}{c}<\frac{a}{c}$　D.$\frac{a}{a+b}<\frac{a+c}{a+b+c}$

原始设计从纯数学的角度考查不等式的性质,可通过排除法得到正确答案,但这样考查,可能忽视了选项 D 的考查价值,同时从纯数学角度考查,学生感到数学枯燥,甚至产生厌学心理,为此,进行了改进设计。

改进设计:杯中有 a 克糖,b 克水,$(b>a>0)$,现加入 c 克糖,则糖水变甜了,试用所学知识解释这一现象。

将不等式置于学生熟悉的生活情境中,学生有体验有经验,糖水变甜了,学生自然会产生问题:为什么变甜呢?在这样的情境中,学生有了问题意识,就能调动积极性,就会促使学生积极思维,运用用数学知识去解决问题,从而提升学生的逻辑推理能力,感受数学的魅力。

2.在科学情境中呈现数学试题

数学是一切科学的基础,在国防、通信等高科技领域有着广泛的应用。数学可以为科学决策提供方法,为判断提供科学结论。因此在命题时,可以适当借用数学在科学决策方面的情境呈现数学试题,让学生体会数学巨大的应用价值。

案例三:一元二次不等式

原始设计:解不等式:$0.1x+0.01x^2>12$

一元二次不等式是中学数学的重点内容之一,在生产生活中有着广泛的应用,为让学生体会不等式的应用,将本题进行了改进。

改进设计:已知某小型车的刹车距离 S(m)与刹车前车速 x(km/h)之间有如下关系:$S_{甲}=0.1x+0.01x^2$,现测得该车刹车距离略超过 12m,试求该车的最大速度。

改进设计让学生了解了一元二次不等式的应用,与原始设计相比,将一元二次不等式置于日常生活背景中,体现了在实际背景中理解数学知识,考查学生能力的意图,但只是转换一种情境,学生不能真正体会到不等式的应用价值,为此,又进行了创新设计。

创新设计:在一个限速为 40km/h 以内的弯道上,甲、乙两车相向而行,发现情况不对,同时刹车,但两车仍然撞上了,事后现场测得甲车刹车距离略超过 12m,乙车刹车距离超过 10m,又甲乙两种车的刹车距离 S(m)与刹车前车速 x(km/h)之间有如下关系:$S_{甲}=0.1x+0.01x^2$,$S_{乙}=0.05x+0.005x^2$,问两车相撞主要责任在谁。

这样设计不仅考查了不等式的解法,也充分利用学生已有的生活经验,即谁的速度快,主要责任就在谁,学生真正感受到用数学方法分析问题、解决问题的价值,有效地培养学生实事求是的数学理性精神、严谨的科学态度。

(二)适度增加数学试题的思维含量

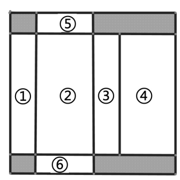
中职学生学习基础差异大,命题时既要兼顾学生的差异,又要适度考查学生的数学素养。思维量过低,会挫伤学生的积极性;思维量过大,学生无从下手,两种倾向都不利于数学核心素养的考查,同时试题的区分度也不高,失去考试的意义。

案例四:几何体的面积体积计算

原始设计:已知长方体的长宽高分别是 30cm,15cm,5cm,则它的表面积是______cm^2。

这样的试题属于较易题,没有思维含量,对学生的数学能力要求不高,为有效地考查学生的直观想象素养,我们进行了改进设计。

改进设计:如图有一边长为 40 厘米的正方形纸板,现将阴影部分剪去,沿虚线折起来,使之成为一个有盖的长方体纸盒(其中①与③,②与④,⑤与⑥分别是全等的矩形),设左上、左下方剪去的正方形的边长为 5 厘米,则纸盒的容积为____。



A.750 立方厘米　　B.1000 立方厘米

C.1500 立方厘米　　D.2250 立方厘米

与原始设计相比，改进设计对学生直观想象能力要求较高，借助体积的计算有效地考查了学生由平面图形想象出空间图形的能力。

（三）适度增加数学开放试题

命题时还可以命制开放性问题。一是条件开放，为得到相应结论，补充需要的条件；二是结论开放，让学生从不同的角度思考问题，得到不同的结果；三是方法开放，让学生进行发散性思维，用多种不同的方法解决问题。开放式试题有助于考查学生的思维过程、实践能力和创新意识，有助于学生突破常规，打破唯一答案的束缚，创造性地提出问题和解决问题。

案例五：函数的性质

原始设计：函数 $f(x)=x^2$ 是______。

A.奇函数，在 $(0,+\infty)$ 上是增函数

B.偶函数，在 $(0,+\infty)$ 上是增函数

C.奇函数，在 $(-\infty,0)$ 上是增函数

D.偶函数，在 $(-\infty,0)$ 上是增函数

本题主要考查二次函数的性质，考点单一，是一道考查函数性质的基础题、常规题。为提高试题的综合性，进行了改进设计。

改进设计：下列函数为偶函数且在 $(0,+\infty)$ 上为增函数的是______。

A. $f(x)=x^3$　　B. $f(x)=2^x$

C. $f(x)=\log_2 x$　　D. $f(x)=x^2$

这样设计，不仅考查了二次函数的性质，还考查了指数函数与对数函数的性质，提高了试题的覆盖面。但由于本题是一道选择题，如果学生能直接判断 $f(x)=x^2$ 是正确答案，则无须思考选择项A、B、C，即使对指数函数、对数函数不会，也不影响本题的解答。对此，我们又进行了创新设计。

创新设计：请你写出一个函数，使它是偶函数且在 $(0,+\infty)$ 上是增函数。

通过创新设计将原题改为一道开放题，不仅要求学生掌握基本初等函数的性质，而且要求学生活学活用，有助于放飞学生的思维，从考试结果看，不少同学从不同方向写出了满足条件的函数，不少同学写出了满足条件的下列函数：$f(x)=x^2$、$f(x)=2x^2$、$f(x)=2x^2+1$ 等，还有的学生甚至写出了这样的满足条件的函数，如 $f(x)=|x|$、$f(x)=2|x|$、$f(x)=\lg|x|$等，有效地考查了学生的逻辑思维能力。

（四）适度增加数学应用试题

数学与生产实践联系紧密，为生产实践提供解决方案，因此，在生产实践情境中考查数学能力有利于学生体会数学的应用价值，激发学生学习数学的热情。

案例六：直线方程的考查

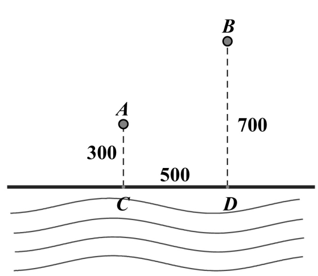
原始设计：设点 $A(0,3)$，$B(3,7)$，试在 x 轴上找一点 P，使 $|PA|+|PB|$ 最短。

本题主要考查学生的化归能力，将三点转化到一条直线上，利用两点之间的距离最短求得本题的解，当然对数学基础较好的同学，可以构造直角三角形求解。

改进设计：求 $z=\sqrt{x^2+9}+\sqrt{(x-3)^2+(y-7)^2}$ 的最小值。

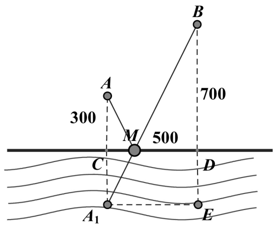
将原始设计中的距离之和的代数式作为一道独立的数学问题让学生求解，这对学生的要求提高了，如直接计算，计算量较大，多数同学很难得出正确结果。因此要求学生挖掘代数式的几何意义，用距离模型把代数问题转化为几何问题，数形结合，从而巧妙简洁地解决本题。相比原始设计，改进设计对学生的数学素养要求较高，两者都是就数学知识考查数学知识，与生活生产的联系不够密切，根据现代命题的原则，强调在现实情境中考查学生运用知识解决问题的能力，为此我们进行了创新设计。

创新设计：小河同侧有两个村庄 A，B，两村庄计划于河上建一水电站发电供两村使用，已知 A，

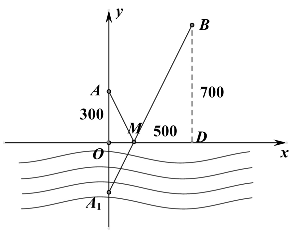


B两村到河边的垂直距离分别为300m和700m，且两村相距500m，问水电站建于何处时，送电到两村用料最省。

创新设计将数学知识置于真实的情境中，对学生的数学能力要求较高，首先要求学生具备一定的数学建模能力，将实际问题转化为数学问题，再用解析法求解。



建立如图所示的直角坐标系，延长AC到点A_1，使$CA_1=AC$，连接BA_1交CD于点M，点M就是所选择的位置。



由已知，得$A(0,300)$，$A_1(0,-300)$，$B(500,700)$

$K=\dfrac{-300-700}{0-500}=2$

A_1B的方程是$y=2x-300$

令$y=0$，则$x=150$

即水电站建于距O点150米处送电到两村电线用料最短。

参考文献：

[1]谢革新,曹琼.江苏省职教数学课程学业水平考试实施分析与建议[J].职业技术教育,2016,37(17):48-51.

[2]胡万山.论教学中的超越原则[J].湖北工程学院学报,2013,33(02):88-91.

[3]刘世洪,肖立宏等.基于标准的高中学业水平等级性考试命题研究——以物理学科为例[J].中国考试,2019(07):57-62.

[4]于芹.高二学生数据分析素养水平的调查研究[D].华中师范大学,2018.

[5]程力,史辰羲.高中学业水平考试标准制定的实施路径[J].课程.教材.教法,2019,39(07):84-88+20.

[6]李霞.高中生数据分析素养的测量与评价研究[D].江西师范大学,2019.

[7]陈文静."核心素养"如何变成学生素质？[J].湖南教育(B版),2016(10):10-11.

(作者单位:江苏省江阴中等专业学校,江苏,江阴 214433)