分析:本题是一道含有两个参数的二次函数问题,若考生通过对称轴在$[0,1]$区间内进行分类讨论,那么作为一道选择题,其计算量就过大了.如果考生能够熟练地掌握函数的图象特征,那么只需从几个最值点入手,便可快速地解决问题.因为最值在$\begin{cases} f(0)=b, \\ f(1)=1+a+b, \\ f\left(-\dfrac{a}{2}\right)=b-\dfrac{a^2}{4} \end{cases}$中取得,所以最值之差一定与$b$无关.所以答案是B.

问题5:已知函数$f(x)=\sqrt{x}-\ln x$.

(1)若$f(x)$在$x=x_1,x_2(x_1\neq x_2)$处导数相等,证明:$f(x_1)+f(x_2)>8-8\ln 2$.

(2)若$a\leqslant 3-4\ln 2$,证明:对于任意$k>0$,直线$y=kx+a$与曲线$y=f(x)$有唯一公共点.

分析:本题的函数由两个最常见的函数组成,第(1)问为中档题,证明一个条件不等式,思路较为常规.第(2)问有清晰的几何背景,可以从多个角度思考,考查学生分析问题和解决问题的能力,体现了很好的区分度,为部分学生搭建了展示自己实力的舞台.

本题是2018年浙江卷最后一道解答题,主要考查函数导数求解的基本知识以及利用导数解决复杂函数的能力.从问题的层次来说,难度适度、循序渐进,第(1)问从基本层面入手,利用抽象获得$g(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x}-\ln x$;第(2)问的研究思路则较为开阔,是区分学生数学综合能力素养的一道不错的试题.相比2017年浙江卷最后一道数列不等式的压轴题来看,回归到函数导数知识,凸显了两重优势:第一,命题者可以有更为宽阔的命题思路,容易命制更好的试题;第二,学生可以有不同的、多角度的切入视角,不同的学生能用不同的方式去思考,体现了广泛的入口,做到了不同层次的区分.

第(2)问分析:从参变视角入手,$kx+a=\sqrt{x}-\ln x\Rightarrow k=\dfrac{\sqrt{x}-\ln x-a}{x}$.

令$h(x)=\dfrac{\sqrt{x}-\ln x-a}{x}$,则$h'(x)=\dfrac{\ln x-\frac{\sqrt{x}}{2}+a-1}{x^2}$.

再令$\varphi(x)=\ln x-\frac{1}{2}\sqrt{x}+a-1$,则$\varphi'(x)=\dfrac{4-\sqrt{x}}{4x}$.

当$x=16$时,$\varphi'(x)=0$,

$x\in(0,16)$时,$\varphi(x)$单调递增,

$x\in(16,+\infty)$时,$\varphi(x)$单调递减.

所以$\varphi(x)\leqslant\varphi(16)=4\ln 2-3+a\leqslant 0$,

因此$h'(x)\leqslant 0$.

所以当$x\in(0,+\infty)$时,$h(x)$单调递减.

又$h(0^+)\to+\infty$,$h(+\infty)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x}-\ln x-a}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x}-2}{2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{4\sqrt{x}}=0^+$,

所以对任意的$k>0$均只有一个公共点.

另外,从拐点的知识可知,令$f''(x_0)=0$,则$x_0=16$(拐点).

可以求出过该点的切线方程为$y=\frac{1}{16}x+3-4\ln 2$.

如图5所示,当$a\leqslant 3-4\ln 2$时,对于任意$k>0$,直线$y=kx+a$与曲线$y=f(x)$有唯一公共点.

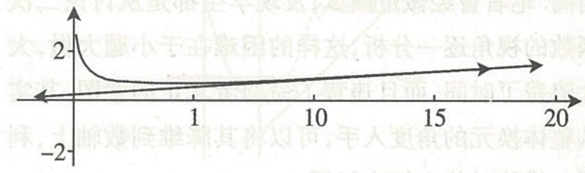

图5

说明:问题4由于含有双参数a、b,学生若想直接作出函数图象,则难度较大;若根据对称轴的位置分别求出$M-m$的值,则解答过程比较烦琐,不符合浙江省小题小做的考试风格.其实学生只要做到心中有图象,便可轻易得到最值在$\begin{cases} f(0)=b, \\ f(1)=1+a+b, \\ f\left(-\dfrac{a}{2}\right)=b-\dfrac{a^2}{4} \end{cases}$中取得,这对学生的逻辑推理素养、直观想象素养以及数学抽象素养的要求较高.