挖掘几何直观背景 探索函数问题解决

过家福

【摘　要】在研究和解决函数问题时，若能将函数的几何特征与代数运算相结合，就能起到相得益彰、事半功倍的效果. 在实际教学和解题中注重挖掘和渗透几何直观背景，这对培养直观想象这一核心素养也是至关重要的. 文章通过对典型试题的分析，阐释了充分挖掘函数几何背景、紧扣函数“数、形”两面性在解题中的重要作用.

【关键词】几何直观；数形结合；函数；解题方法

函数是认识和刻画世界、解决数学问题的重要知识工具，是高中数学学习的核心内容，同时也是高考中最重要的考查内容之一. 众所周知，函数具有丰富的代数特征，数学运算、逻辑推理等核心素养的培养均可以在函数的教学过程以及函数问题的解决过程中得到充分的呈现，同时函数图象也蕴含了诸多几何性质，在实际教学和解题中注重挖掘和渗透几何直观背景，这对培养直观想象这一核心素养也是至关重要的. 在研究和解决函数问题时，若能将函数的几何特征与代数运算相结合，那必定能起到相得益彰、事半功倍的效果.

纵观近几年的一些高考函数真题，常常面目温和、表述简洁、易于入手而难以深入，能够体现出高考试题命制过程中对不同思维层次、不同能力的递进要求，函数问题是具有较强的选拔功能的热点考查素材. 若考试仅仅从代数角度出发，通过分类讨论等方法“暴力”地进行计算，难免会耗时、费力且过程烦琐. 反之，若能充分挖掘函数的几何背景，紧扣函数的“数、形”两面性，往往能收到“柳暗花明又一村”的效果. 本文以近几年江苏、浙江的高考试题为例，与大家一起探讨.

一、以形切入

问题 1：已知 $\lambda \in \mathbf{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases} x-4, x \geq \lambda, \\ x^2-4x+3, x<\lambda, \end{cases}$ 当 $\lambda=2$ 时，不等式 $f(x)<0$ 的解集是________；若函数 $f(x)$ 恰有 2 个零点，则 λ 的取值范围是________.

分析：此题要求能正确地理解分段函数的意义，分析图象变化的特点. 显然，在函数解析式确定的前提下，我们可以从图形的视角直接切入，作出函数的图象，并在动态变化的过程中寻求 λ 的取值.

(1) 如图 1，当 $\lambda=2$ 时，从图形中明显可以得到 $f(x)<0$ 的解集是 $(1,4)$.

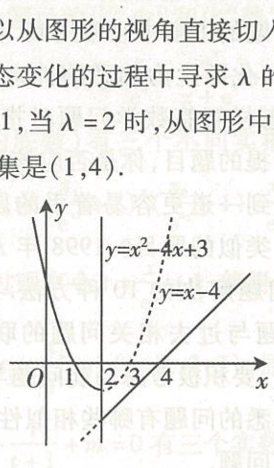

图 1

(2) 如图 2，分类讨论当 λ 在变化时，函数零点的变化情况.

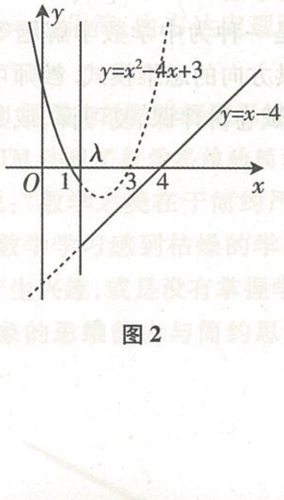

图 2